

Министерство образования и науки РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский национальный исследовательский государственный
университет» (Новосибирский государственный университет, НГУ)
Гуманитарный факультет

Программа рассмотрена
на заседании кафедры
фундаментальной и прикладной
лингвистики
29.08.2014

Зав. кафедрой, проф. М.К. Тимофеева

Утверждаю

декан гуманитарного
факультета, профессор
1.09.2014
Л.Г. Панин

Основная образовательная программа
высшего образования

Направление подготовки
035800 – Фундаментальная и прикладная лингвистика

Квалификация (степень) выпускника –
бакалавр

ПРОГРАММА УЧЕБНОГО КУРСА
«МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА»

(246 часов, 7 з.е.)

1. Наименование дисциплины

ПРОГРАММА УЧЕБНОГО КУРСА «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА»

Программа дисциплины «Математическая логика» составлена в соответствии с требованиями к обязательному минимуму содержания и уровню подготовки дипломированного бакалавра по направлению 035800 «Фундаментальная и прикладная лингвистика» в целях обеспечения реализации учебного процесса в НГУ.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, составляющих основу современного подхода к изучению формальных теорий с привлечением логических понятий и методов. Рассматриваются различные типы исчислений для логики высказываний и логики предикатов; основы теории множеств и теории алгоритмов, теоремы Геделя о неполноте. Рассмотрены важнейшие типы неклассических логик: интуиционистская, модальные и временные логики.

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, семинары, коллоквиумы, консультации, контрольные работы, самостоятельная работа студента.

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости в форме коллоквиумов и контрольных работ, промежуточный контроль в форме экзамена. Формы рубежного контроля определяются решениями Ученого совета, действующими в течение текущего учебного года.

Автор Одинцов Сергей Павлович, д.ф.-м.н., в.н.с. ИМ СО РАН

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Математическая логика» являются освоение современного подхода к изучению формальных теорий с привлечением логических понятий и методов. На протяжении 20 века математическая логика превратилась из науки, изучающей фундаментальные проблемы оснований математики, в науку имеющую многочисленные приложения в области информатики, искусственного интеллекта, лингвистики и т.д., не утратив при этом своих фундаментальных аспектов. Этому способствовало разработка различных видов логических исчислений, ориентированных на приложения, разработка методов сравнения выразительной силы различных формализмов, а также изучение их алгоритмических аспектов. Учащиеся должны познакомиться с важнейшими видами исчислений для логики высказываний и логики предикатов, изучить основы теории алгоритмов, познакомиться с теоремами Геделя о неполноте, накладывающими ограничения на возможности применения формальных методов, а также познакомиться с важнейшими типами неклассических логик: конструктивные, многозначные, модальные и временные логики.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- знать важнейшие виды логических исчислений и их формальную семантику; основы аксиоматической теории множеств; различные подходы к формализации понятия алгоритма; важнейшие виды неклассических логик;
- уметь доказывать теоремы полноты для различных видов исчислений и формальных семантик; оценивать алгоритмическую сложность массовых проблем; подбирать адекватные формализмы для решения прикладных задач;
- владеть техникой логического вывода; аппаратом теории алгоритмов; методологией и навыками применения логических исчислений для решения научных и практических задач, встречающихся в теоретической и прикладной лингвистике.

Перечисленные результаты образования являются основой для формирования следующих общекультурных и общепрофессиональных компетенций:

а) общекультурными (ОК)

- | | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| – умением использовать нормативные правовые документы в своей деятельности | ОК-5 |
| – стремлением к саморазвитию, повышению своей квалификации и мастерства | ОК-6 |
| – умением критически оценивать свои достоинства и недостатки, наметить пути и выбрать средства развития достоинств и устранения недостатков | ОК-7 |
| – осознанием социальной значимости своей будущей профессии, обладанием высокой мотивацией к выполнению профессиональной деятельности | ОК-8 |
| – использованием основных положений и методов социальных, гуманитарных и экономических наук при решении социальных и профессиональных задач, способностью анализировать социально-значимые проблемы и процессы | ОК-9 |
| – способностью применять методы математического анализа и | ОК-10 |

моделирования в профессиональной деятельности

б) профессиональными (ПК):

общепрофессиональными:

- знанием основных понятий и категорий современной лингвистики ПК-1
- знанием основ математических дисциплин, которые используются при формализации лингвистических знаний и процедур анализа и синтеза лингвистических структур: теории множеств, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, теории информации и кодирования, математической логики, математической теории грамматик ПК-2

в области научно-исследовательской деятельности:

- владением основными способами описания и формальной репрезентации денотативной, концептуальной, коммуникативной и прагматической информации, содержащейся в тексте на естественном языке ПК-11
- способностью работать в междисциплинарной команде ПК-26
- способностью общаться с экспертами в других областях знаний ПК-27
- умением видеть междисциплинарные связи изучаемых дисциплин и пониманием их значения для будущей профессиональной деятельности ПК-28
- умением выдвигать гипотезы и последовательно развивать аргументацию в их защиту ПК-29
- способностью оценить качество исследования в данной предметной области, соотнести новую информацию с уже имеющейся, логично и последовательно представить результаты собственного исследования ПК-30

3. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Математическая логика» является частью математического цикла ООП по направлению подготовки Фундаментальная и прикладная лингвистика.

Дисциплина «Математическая логика» использует знания и навыки, полученные обучающимися в ходе освоения дисциплин математического цикла.

Результаты освоения дисциплины «Математическая логика» используются в следующих дисциплинах данной ООП:

- Инструментальные и программные методы лингвистических исследований;
- Дискретные математические модели;
- Математические модели языка;
- Анализ символьных последовательностей.

4. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единицы, 246 часов. Из них на контактную работу с преподавателем 136 часов (лекции – 64 часа, практические занятия – 64 часа), на самостоятельную работу студентов – 110 часов. Интерактивная форма работы – 32 часа.

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам с указанием отведенного на них количества астрономических часов и видов учебных занятий

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)							Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекция	Семинар	Самост. работа	Контр. работа	Коллоквиум	Консультация	Экзамен	
3.7	Теорема Эрбрана. Секвенциальное исчисление предикатов.	4	1	2	2	2					
3.8	Эквивалентность гильбертовского и секвенциальных исчислений. Аксиоматизируемые классы. Признак конечной аксиоматизируемости.	4	2	2	2	2					
4.1	Понятие алгоритма. Машины Тьюринга. Функции, вычислимые на машинах Тьюринга.	4	3	2	2	2					
4.2	Частично-рекурсивные функции. Нумерация пар и кортежей натуральных чисел. Функция Геделя.	4	4	2	2	2					
4.3	Нумерация машин Тьюринга. Равнообъемность классов частично-рекурсивных и вычислимых функций. Тезис Черча.	4	5	2	2	2					
		4	6	0	0	8	2	2			коллоквиум, контрольная
4.4	Универсальная частично-рекурсивная функция. Нормальная форма Клини.	4	7	2	2	2					
4.5	Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества. Теорема Поста. Теорема о графике и ее следствия. Основная теорема о рекурсивно перечислимых множествах.	4	8	2	2	2					
5.1	Теоремы Геделя о неполноте. Геделевская нумерация и ее свойства. Рекурсивная перечислимость множества теорем рекурсивно-аксиоматизируемой теории.	4	9	2	2	2					
5.2	Арифметика Пеано (РА). Представимость рекурсивных функций в РА. Условия Лёба на предикат доказуемости.	4	10	2	2	2					
5.3	Лемма о диагонализации. Первая и вторая теоремы о неполноте. Неразрешимость арифметики и исчисления предикатов.	4	11	2	2	2					
		4	12	0	0	8	2	2			коллоквиум, контрольная
6.1	Интуиционистское исчисление высказываний (ИИВ). Конструктивное понимание логических связей. Семантика Крипке. Теорема о полноте.	4	13	2	2	2					
6.2	Невыводимость законов исключенного третьего и снятия двойного отрицания в ИИВ. Дизъюнктивное свойство. Примеры многозначных логик.	4	14	2	2	2					
6.3	Язык модальной логики. Типы модальностей. Семантика Крипке. Логика K, K4, S4, S5, GL. Полнота K, K4, S4, S5 относительно семантики Крипке.	4	15	2	2	2					
6.4	Перевод формул языка модальной логики на языки классической логики I-го и II-го порядка. Временные операторы, языки временных логик. Логика данной шкалы времени. Примеры временных логик: логики линейного времени, логики ветвящегося времени.	4	16	2	2	2					
				28	28	44			2		Экзамен

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Одинцов С.П. Введение в неклассические логики : учебное пособие : [для студентов вузов] / С.П. Одинцов, С.О. Сперанский, С.А. Дробышевич ; М-во образования и науки РФ, Новосиб. нац. исслед. гос. ун-т, Мех.-мат. фак. — Новосибирск : Редакционно-издательский центр НГУ, 2014 .— 132 с.

Беклемишев Л.Д. Введение в математическую логику Мех-мат МГУ, 1-й курс, весна 2008 г. http://www.hse.ru/data/2011/11/24/1271317411/kurs_bekl.pdf

7. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.

Примеры вопросов для коллоквиумов и экзамена:

I. Логика высказываний.

1. Определить язык логики высказываний. Сформулировать исчисление высказываний Гильбертовского типа ИВ.
2. Определить понятия вывода и доказуемой формулы исчисления высказываний Гильбертовского типа. Привести примеры выводов.
3. Определить понятие вывода из множества гипотез. Перечислить важнейшие свойства выводимости: рефлексивность, монотонность, компактность, подстановочность.
4. Доказать теорему дедукции для исчисления ИВ.
5. Определить, что такое допустимое правило вывода. Привести доказательства допустимости важнейших правил вывода: транзитивность импликации; разбор случаев; импорт (экспорт) посылки, сжатие, и т.п.
6. Доказать теорему о замене.
7. Определить понятия истинностной оценки и таблицы истинности формулы. Построить таблицу истинности для конкретной формулы.
8. Доказать теоремы о корректности ИВ относительно таблиц истинности и истинностных оценок.
9. Определить, что такое полная теория. Доказать, что любая непротиворечивая теория расширяется до полной.
10. Доказать сильную теорему полноты для ИВ и теорему компактности.
11. Определить понятия конъюнктивной и дизъюнктивной нормальных форм (к.н.ф. и д.н.ф.). Построить к.н.ф. и д.н.ф. для конкретных формул и доказать эквивалентность.
12. Совершенные к.н.ф и д.н.ф. Как по таблице истинности формулы построить ее совершенные к.н.ф и д.н.ф.?
13. Доказать, что любая формула приводима к совершенным к.н.ф и д.н.ф.
14. Приведите конструктивное доказательство слабой теоремы полноты для ИВ.
15. Приведите аксиомы и правила вывода секвенциального исчисления высказываний (ИС). Определите понятие вывода и приведите примеры выводов.
16. Докажите эквивалентность исчислений ИС и ИВ.
17. Определите табличное исчисление для логики высказываний. Докажите, что таблицы всегда конечны.
18. Докажите теорему полноты для табличного исчисления высказываний.

III. Исчисление предикатов

1. Определите понятия сигнатуры, термина и формулы данной сигнатуры.

2. Определите понятие истинности формул на алгебраических системах данной сигнатуры.
3. Определите исчисление предикатов Гильбертовского типа (ИП). Приведите примеры выводов в ИП.
4. Определите выводимость из множества гипотез в ИП. Докажите теорему дедукции для ИП.
5. Перечислите и докажите важнейшие свойства непротиворечивых множеств формул.
6. Докажите, что любое непротиворечивое множество формул расширяется до теории Хенкина.
7. Докажите, что любая формула фильтруется по неглавному ультрафильтру.
8. Докажите теорему Эрбрана.

VI. Неклассические логики.

1. В чем состоит задачная интерпретация формул логики высказываний.
2. Определите шкалы Крипке, а также понятия истинности формулы в мирах данной шкалы и на шкалах Крипке.
3. Докажите корректность интуиционистского исчисления высказываний относительно семантики Крипке.
4. Докажите лемму о расширении и полноту ИИВ относительно семантики Крипке.
5. Приведите примеры классических тавтологий, недоказуемых в ИИВ. Установите недоказуемость.
6. Докажите, что ИИВ обладает дизъюнктивным свойством.
7. Определите модальные шкалы Крипке и понятие истинности модальных формул в мирах шкалы.
8. Какие классы шкал задаются аксиомами **4, 5, W**.
9. Докажите выводимость аксиомы **4** в логике **GL**.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

а) основная литература:

1. Лавров И.А. Математическая логика : учеб. пособие для вузов по техн. и естеств.-науч. спец. / И. А. Лавров ; под ред. Л. Л. Максимовой .— М. : Академия, 2006 .— 240 с.
2. Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов : [учебное пособие для математических факультетов вузов] / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова .— Изд. 5-е, испр. — Москва : Физматлит, 2006 .— 255 с.

б) дополнительная литература:

1. Булос Дж., Джеффри Р. Вычислимость и логика. — М.: Мир, 1994.
2. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика. — М.: Наука, 1987.
3. Колмогоров А.Н. Драгалин А.Г. Математическая логика. — М.: КомКнига, 2006.
4. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. — М.: Наука, 1965 или 1986.
5. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. — М.: Наука, 1984.
6. Роджерс Х. Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость. — М., Мир, 1972.

7. Успенский В. А., Верещагин Н. К., Плиско В. Е. Вводный курс математической логики. — М.: Физматлит, 2002.
8. Непейвода Н.Н. Прикладная логика. — Новосибирск, Наука, 2001.
9. Справочная книга по математической логике / Под ред. Дж. Барвайза. Часть 1, Теория моделей. — М.: Наука, 1982.
10. Гейтинг А. Интуиционизм. — М., Мир, 1965.
11. Катленд Н. Вычислимость. Введение в теорию рекурсивных функций. — М.: Мир, 1983.
12. Клини С. К. Математическая логика. — М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009.
13. Линдон Р. Заметки по логике. — М.: Мир, 1968.
14. Успенский В. А. Лекции о вычислимых функциях. — М., Физматгиз, 1960.
15. Чень Ч., Ли Р. Математическая логика и автоматическое доказательство теорем. — М.: Наука, 1983.

10. Методические указания для организации самостоятельной работы студентов

Рекомендуется повторение теоретического материала и выполнение практических заданий, содержащихся в учебно-методических изданиях:

П.Е. Алаев, Л.Л. Максимова. Математическая логика: краткий конспект, часть 1: <http://mmf.nsu.ru/education/materials#algebra>

Беклемишев Л.Д. Введение в математическую логику Мех-мат МГУ, 1-й курс, весна 2008 г. http://www.hse.ru/data/2011/11/24/1271317411/kurs_bekl.pdf

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

- Ноутбук, медиа-проектор, экран.
- Программное обеспечение для демонстрации слайд-презентаций.