Министерство образования и науки РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Новосибирский национальный исследовательский государственный
университет» (Новосибирский государственный университет, НГУ)
Гуманитарный факультет

Программа рассмотрена на заседании кафедры фундаментальной и прикладной лингвистики 29.08.2014 ______________________ Зав. кафедрой, проф. М.К. Тимофеева	Утверждаю ____________________ декан гуманитарного факультета, профессор 1.09.2014 Л.Г. Панин

Основная образовательная программа высшего образования

Направление подготовки
035800 – Фундаментальная и прикладная лингвистика

Квалификация (степень) выпускника –
бакалавр

ПРОГРАММА УЧЕБНОГО КУРСА
«ДИСКРЕТНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ»

(64 часа, 2 з.е.)

1. **Наименование дисциплины**

ПРОГРАММА УЧЕБНОГО КУРСА
«ДИСКРЕТНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ»

Программа дисциплины «Дискретные математические модели» составлена в соответствии с требованиями к обязательному минимуму содержания и уровню подготовки дипломированного бакалавра по направлению 035800 «Фундаментальная и прикладная лингвистика» в целях обеспечения реализации учебного процесса в НГУ.

Автор Емельянов Павел Геннадьевич, к.ф.-м.н., доцент ММФ НГУ, с.н.с. ИСИ СО РАН

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «**Ошибка! Источник ссылки не найден.**» являются базовые дискретные математические модели, широко применяющиеся в математической лингвистике и смежных областях математики, аналитические методы исследования и алгоритмы их обработки. При изучении алгоритмов особое внимание уделяется оценке их сложности, так как важно не только установить принципиальную возможность отыскания решения, но и указать практически применимый способ сделать это. Рассматривается несколько различных вычислительных моделей, естественно возникающих при обработке дискретных данных алгоритмическими средствами.

Дискретные математические модели и вычислительные устройства являются важнейшей областью исследований современной математики и имеют многочисленные приложения индустрии высоких технологий, государственном управлении и общественной жизни. С середины XX века, в связи с прогрессом в разработке вычислительных устройств, наблюдается бурное развитие математических методов в теоретической лингвистике и ее приложениях, что неразрывно связано с дискретным представлением данных и средствами манипулирования ими. Это требует привлечения сложных моделей и методов анализа из разных областей математики: комбинаторика, теория графов, теория булевых функций, теории частично упорядоченных множеств и монотонных операторов на них, теории кодирования и др.

Кроме того, важно не просто установить наличие или отсутствие (в различных смыслах) решения задачи, но и предъявить алгоритмический способ отыскания его в первом случае или некоторого его приближения во втором, а также оценить эффективность процедуры поиска решения. Размеры реальных задач, встречающиеся на практике, огромны, а значит решать их без использования вычислительной техники невозможно и умение разрабатывать и оценивать свойства алгоритмов является неотъемлемой частью профессиональной подготовки. Важно также отметить, что, хотя компьютеры классической фон Неймановской архитектуры являются наиболее доступными вычислительными средствами, важно иметь представление о различных моделях вычислений для наиболее адекватного и эффективного моделирования вычислительных процессов, возникающих при обработке того или иного вида информации, а также оптимального выбора вычислительной модели для решения прикладной задачи, стоящей перед исследователем или инженером.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- знать:

- основные модели дискретной математики, методы их исследования;
- основные вычислительные модели, их характеристические свойства;
- понятие алгоритма и основные свойства, характеризующие их (различные виды сложности);
- типовые классы задач и типовые алгоритмы для них (с оценкой сложности);

- уметь:
  - анализировать базовую информацию о явлениях окружающего мира и строить их математические модели;
  - разрабатывать алгоритмы для решения различных дискретных задач;
  - оценивать сложность алгоритмов;
  - принимать решение об адекватности вычислительной модели для решения рассматриваемой задачи;
- владеть: методологией и навыками решения научных и практических задач, встречающихся в теоретической и прикладной лингвистике.

Перечисленные результаты образования являются основой для формирования следующих общекультурных и общепрофессиональных компетенций:

***а) общекультурными* (*ОК*)**

– владением культурой мышления, способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения	ОК-1
– умением логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь	ОК-2
– способностью применять методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОК-10

***б) профессиональными (ПК)*:**

общепрофессиональными:

– знанием основ математических дисциплин, которые используются при формализации лингвистических знаний и процедур анализа и синтеза лингвистических структур: теории множеств, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, теории информации и кодирования, математической логики, математической теории грамматик	ПК-2

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы.

Дисциплина «**Ошибка! Источник ссылки не найден.**» является частью раздела Б2 «Математический и естественнонаучный цикл», Б2 ДВ2 («Дисциплины по выбору»)

Дисциплина «**Ошибка! Источник ссылки не найден.**» опирается на следующие дисциплины данной ООП:

- Математическая логика (формализация методов рассуждений, метод математической индукции, ИВ, ИП1, табличное задание булевых функций, замкнутость и полнота классов булевых функций);
- Математический анализ (числовые последовательности, пределы, определенные

интегралы, ряды Маклорена, суммирование рядов, нотация большое/малое О, асимптотическое оценивание);
- Алгебра (понятие алгебраической структуры, кольцо полиномов, кольцо матриц);
- Математические методы в филологии (содержательные постановки задач из предметной области).
- Теория вероятностей и математическая статистика

Результаты освоения дисциплины «**Ошибка! Источник ссылки не найден.**» используются в следующих дисциплинах данной ООП:

- Инструментальные и программные методы лингвистических исследований;
- Базы данных и информационный поиск;
- Автоматический анализ текста.

Программа дисциплины составлена с учетом связей и соотношения учебных дисциплин, преподаваемых на отделении фундаментальной и прикладной лингвистики гуманитарного факультета НГУ.

4. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единицы, 64 часа. Из них на контактную работу с преподавателем 32 часа (16 часов – лекции, 16 часов - семинары), на самостоятельную работу студентов – 32 часа. Занятий в интерактивной форме – 16 часов.

5. Содержание дисциплины “Дискретные математические модели”, структурированное по темам с указанием отведенного на них количества астрономических часов и видов учебных занятий

С середины XX века, в связи с прогрессом в разработке вычислительных устройств, наблюдается бурное развитие математических методов в теоретической лингвистике и ее приложениях, что неразрывно связано с дискретным представлением данных и средствами манипулирования ими. Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с базовыми дискретными математическими моделями, аналитическими методами исследования и алгоритмами их обработки. При изучении алгоритмов особое внимание уделяется оценке их сложности. Рассматривается несколько различных вычислительных моделей, естественно возникающих при обработке данных и моделировании вычислительных процессов. Дискретные математические модели и вычислительные устройства являются важнейшей областью исследований современной математики, индустриальной и общественной деятельности. Это требует привлечения сложных моделей и методов анализа из разных областей математики: комбинаторика, теория графов, теория булевых функций и др.

Кроме того, важно не просто установить наличие или отсутствие (в различных смыслах) решения задачи, но и предъявить алгоритмический способ отыскания его в первом случае или некоторого его приближения во втором, а также оценить эффективность процедуры поиска решения. Размеры реальных задач, встречающиеся на практике, огромны, а значит решать их без использования вычислительной техники невозможно и умение разрабатывать и оценивать свойства алгоритмов является неотъемлемой частью профессиональной подготовки. Важно также отметить, что, хотя компьютеры классической фон Неймановской архитектуры являются наиболее доступными вычислительными средствами, важно иметь представление о различных моделях вычислений для наиболее адекватного и эффективного моделирования вычислительных процессов, возникающих при обработке того или иного вида информации.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах) Лекция	Семинар	Самост. работа	Контр. работа	Коллоквиум	Экзамен	Формы текущего контроля успеваемости *(по неделям семестра)* Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
2.1	Напоминание о Машине Тьюринга. Машина с произвольным доступом к памяти. Команды. Исполнение программы. Конфигурация, протокол. Равномерный и логарифмический весовой критерий.	6	1	1	1	2				
2.2	Понятие алгоритма. Понятие сложности алгоритма. Сложность в худшем. Сложность в среднем. Понятия машинно-независимой теории сложности; сигнализирующие функции, диагональный метод, теоремы Рабина и Блюма (без доказ.).	6	2	1	1	2				
	Комбинаторика. Отображения конечных множеств. Урновая схема. Перестановки, сочетания и размещения. Треугольник Паскаля и бином Ньютона. Некоторые биномиальные тождества.	6	3	1	1	2				
	Разбиение множества на подмножества, числа Стирлинга первого и второго рода, числа Белла. Свойства чисел Стирлинга. Мультимножества и мультиномиальные коэффициенты. Разбиения натуральных чисел на слагаемые. Комбинаторный принцип Дирихле. Формула включения-исключения.	6	4	1	1	2				
	Некоторые алгоритмы генерации комбинаторных объектов (генерация перестановок, перечисление множеств в порядке минимального изменения, генерация разбиений). Анализ сложности.	6	5	1	1	2				
	Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы. Проблема минимизации ДНФ. Минимальные, кратчайшие, тупиковые ДНФ. Геометрическое представление. Алгоритм Квайна и Макласски.	6	6	1	1	2				
	Схемы из функциональных элементов. Синтез полусумматора и полный сумматор. Сумматор Уолша. Оценка размера и глубины сумматоров. Функции Шеннона. Нижняя оценка ФШ. Оптимальные методы синтеза.	6	7	1	1	2				
	Труднорешаемые задачи. Недетерминированная РАМ-машина. Полиномиальные вычисления на нд-РАМ-машине. SAT-проблема.	6	8	1	1	2				
	Классы P и NP, полиномиальная сводимость, NP-полные и NP-трудные языки и задачи, Теорема Кука. Примеры сводимости.	6	9	1	1	2				
3.1	Графы, орграфы, подграфы, частичные графы, суграфы. Матрицы, ассоциированные с графом. Изоморфизм графов. Двудольные графы. Критерий двудольности графа. Деревья, свойства деревьев. Изоморфизм деревьев, код	6	10	1	1	2				

	Эдмондса.									
3.2	Маршруты, пути и цепи, контуры и циклы. Дерево поиска. Связь поиска в ширину с нахождением кратчайших цепей. Связь методов «поиск в ширину» и «поиск в глубину» со структурами данных «очередь» и «стек». Кратчайшие пути во взвешенных орграфах. Алгоритмы Дейкстры и Флойда-Уоршелла. Редакторское расстояние.	6	11	1	1	2				
3.5	Паросочетания, совершенное паросочетание. Паросочетания в двудольных графах, теорема Кенига-Холла. Алгоритм поиска наибольшего паросочетания и наименьшего вершинного покрытия в двудольном графе. Задача о назначениях. Критерий Татта существования 1-фактора в произвольном графе (без доказательства).	6	12	1	1	2				
3.6	Эйлеровы и гамильтоновы обходы графов. Теорема Эйлера и алгоритм Флери. Оценка сложности. Теоремы Дирака, Оре и Хватала. Задача коммивояжера. Алгоритм ближайшего соседа. Понятие приближенного решения.	6	13	1	1	2				
3.7	Вершинные раскраски графов, хроматическое число, теорема Брукса. Раскраски планарных графов и карт. Гипотеза о четырех красках, теорема Хивуда о 5-раскраске плоского графа. Жадный алгоритм раскраски. «Плохой» пример раскраски жадным алгоритмом. Связь с задачами распределения ресурсов.	6	14	1	1	2				
4.1	Задача поиска в информационном массиве. Бинарный поиск в упорядоченном массиве. Анализ сложности. Задача сортировки. Быстрая сортировка; анализ сложности в худшем и среднем. Таблицы расстановки. Оценка сложности в среднем для поиска в таблицах с оглавлением.	6	15	1	1	2				
4.2	Бинарные деревья поиска. Добавление и удаление элементов. Сбалансированные по высоте (АВЛ-) и весу (В-) деревья. Идеально сбалансированные деревья. Оценки сложности алгоритмов построения и поиска элементов.	6	16	1	1	2				
		6	17							**Экзамен**
				16	**16**	**32**				

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, семинары, коллоквиумы, консультации, контрольные работы, самостоятельная работа студента.

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости в форме тестовых контрольных работ, промежуточный контроль в форме экзамена. Формы рубежного контроль определяются решениями Ученого совета, действующими в течение текущего учебного года.

Ресурсы для самоконтроля и самостоятельных занятий:

1. Емельянов П.Г. *Текущее тестирование по курсу ДММиМВ*. – url: http://bench.nsu.ru.
2. *Курсы Интернет-университета информационных технологий*. – url:

http://www.intuit.ru.

7. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.

Примеры задач, решаемых на занятиях и контрольных.

1. Задача Плутарха: Верно ли, что количество составных предложений, которые можно составить из 10 простых, превосходит миллион.
2. Для порождения новой элементарной частицы необходимо, чтобы хотя бы одна пара частиц оказалась на расстоянии $2{\cdot}10^{-10}$ м. В камере коллайдера кубической формы объемом 1 м^3 находится двадцать миллиардов частиц. Появится ли хотя бы одна новая частица?
3. Сколько существует положительных чисел меньших 10^n (в десятичной нотации), цифры которых расположены в неубывающем порядке?
4. Задано множество, состоящее из n-натуральных чисел. Разбить заданное множество на два подмножества так, чтобы разность сумм чисел в подмножествах была минимальной. Разработать алгоритм, опирающийся на генерацию подмножеств в порядке минимального изменения.
5. Построить алгоритмы подсчета количества единиц в двоичном представлении числа n за а) время $O(\lceil \log_2(n) \rceil)$ и б) время $O(b(n))$, где $b(n)$ – количество единиц в двоичном представлении n. Оценить сложности алгоритмов в среднем.
6. Разработать алгоритм извлечения целой части корня квадратного из натурального числа без использования умножения и со сложностью $O(\sqrt{n})$.
7. В первой ячейке на входной ленте одноадресной РАМ машины задана размерность квадратной матрицы, а затем сама матрица по строкам. Написать программу, которая выводит на выходную ленту нечётные элементы побочной диагонали матрицы. Например, для входной последовательности

   2 3 4 7 8

   результатом должно быть 4.
8. По данной РАМ машине построить РАМ машину, которая не использует ячейки с номерами с 1 по 10.
9. Промоделировать на РАМ машине машину Тьюринга.
10. Пусть $G-$ конечный граф без петель и кратных рёбер, имеющий p вершин, q рёбер и k компонент связности. Доказать, что
11. $p-k \le q \le (p-k)(p-k+1)/2.$
12. Пусть $A-$ матрица, состоящая из нулей и единиц. Доказать, что максимальное число единиц, попарно не лежащих на одной линии, равно минимальному числу линий, которые содержат все единицы матрицы A. Здесь линия – строка или столбец матрицы A).
13. Из какого числа вершин может состоять центр конечного дерева? Центром конечного графа $G=(V,E)$ называется множество всех вершин $v \in V$, таких, что выполняется равенство

   $$e(v) = \min e(u),$$

   где минимум берется по всем вершинам u из множества V, $e(u) = \max d(w,u)$ (максимум берется по всем $w \in V$), а $d(w,u) -$ расстояние между вершинами u и w.
14. Перечислить в графическом виде все булевы функции от 2-х переменных.
15. Найти сокращенную, тупиковую и кратчайшую ДНФ для булевой функции, задаваемой формулой:

a. x y+x z+z y+x y z+ x y z
b. x y z+x y z+x y z+x y z

16. Минимизировать ДНФ методом Квайна:
    a. x y+x z+z y
    b. x y+x z+z y
    c. x y z+x y z+x y z+x y z
17. Найти все полные подсистемы системы $\{f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ булевых функций, где

$$f_1 = xyz \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{y}x\bar{z} \vee \bar{x}z\bar{y}, \quad f_2 = x(y \vee zv) \vee \bar{x}y(z \vee v),$$

$$f_3 = (x \to y)(y \to z)(z \to x) + 1, \quad f_4 = \bar{x}(\bar{y} \vee \bar{z}) \vee \bar{y}x\bar{z}, \quad f_5 = 1.$$

18. Пусть $B = \{0,1\}$, V_1 и V_2 – линейные двоичные $[n, k_1, d_1]$– и $[n, k_1, d_2]$– коды соответственно, а
19. $V = \{v \in B^n \mid v = (u_1, u_1 + u_2), u_1 \in V_1, u_2 \in V_2\}.$

    Найти параметры кода V.
20. Пусть $B = \{0,1\}$ Говорят, что код $V = \{v_1, \ldots v_m\} \subseteq B^n$ обнаруживает t ошибок, если для любого слова $\alpha \in B^n$, которое можно получить из v_i, $1 \le i \le m$, в результате не более t ошибок выполняется условие $\alpha \notin B^n \setminus \{v_i\}$. Верно ли, что из всякого непустого подмножества $C \subseteq B^n$ можно получить код, обнаруживающий одну ошибку, удалив из C не более половины вершин?
21. Реализовать функцию Фибоначчи с помощью рекурсии. Преобразовать в итеративный вариант. Оценить время работы и память в первом и втором случае.
22. Реализовать алгоритм вычисления редакторского расстояния для строк.

6.2. Вопросы оперативного тестирования.

В начале каждого лабораторного занятия в течение 10-15 минут проводится оперативное тестирование знаний студентов посредством автоматизированной системы тестирования (ресурс [3], список в)). Примеры тестовых вопросов с вариантами ответов:

- Временная сложность машины Тьюринга (МТ), реализующей алгоритм *A*, в зависимости от длины входа *n*, $T_A(n)$ это... (1) Количество состояний в описании МТ над алфавитом мощности *n*. 2) Максимальное количество поворотов головки, выполненных МТ при работе над всеми словами длины *n*. 3) Максимальное количество смен состояний МТ при работе над всеми словами длины *n*. 4) Максимальное количество перезаписанных ячеек ленты МТ при работе над всеми словами длины *n*. 5) Максимальная длина последовательности состояний МТ при работе над всеми словами длины *n*).
- Емкостная сложность машины Тьюринга (МТ), реализующей алгоритм *A*, в зависимости от длины входа *n*, $S_A(n)$ это... (1) Максимальный номер ячейки, в которую заглядывала МТ при работе над всеми словами длины *n*. 2)Длина входного слова. 3) Размер алфавита МТ. 4) Сумма по всем ячейкам количества просмотров ячейки машиной при работе над словом длины *n*. 5) Размер алфавита умножиить на мощность множества состояний МТ).
- Можно ли по программе определить останавливается ли она на любых входных данных... (1) Всегда можно. 2) В общем случае нельзя. 3) Никогда нельзя. 4) Для программ с одним циклом всегда можно).
- Временная сложность алгоритма, записанного на некотором языке высокого уровня, – это... (1) Количество тактов (неделимых единиц срабатывания) работы некоторого вычислительного устройства, на котором эта программа будет исполняться. 2) Время, которое необходимо для выполнения этой программы на конкретном вычислительном устройстве. 3) Количество арифметических

операций и присваиваний, выполняемых при работе программы. 4) Количество делений и умножений в тексте программы. 5) Количество действий, выполняемых при работе программы и являющихся существенными в Вашей модели сложности).
- Для пары 8-битных операндов 47_{10} и 101_{10} результатами побитовых операций являются... (1) AND → 37_{10}, 2) OR → 111_{10}, 3) XOR → 74_{10}).
- В 8-битном машинном слове, использующем дополнительный код для представления отрицательных чисел, результатом применения унарной операции к числу 53_{10} будет... (1) ~ → 11001010_2, 2) - → 11001011_2, 3) ! → 00000000_2).
- Оптимальной позиционной системой счисления (относительно размера физической реализации) является система по основанию... (1) 1. 2) 2. 3) 3. 4) 10. 5) 16).
- Полнота системы булевских функций это... (1) Возможность выразить все булевский функции посредством суперпозиции данной системы. 2) Возможность выразить все функции этой системы посредством суперпозиции других функций данной системы. 3) Минимум по всем булевским функциям и их схемным реализациям в данной системе отношения глубины схемы ее размеру).
- Глубина схемы из функциональных элементов... (1) Длина максимального существующего пути в схеме от входа до выхода. 2) Минимальное количество пересечений проводников, соединяющих элементы схемы, которое возможно получить при всевозможных укладках на плоскости. 3) Физический размер самого большого функционального элемента, использованного в схеме).
- Полными системами булевых функций являются... (1) `{НЕ, И, ИЛИ, ИМПЛИКАЦИЯ, НЕ-И}`. 2) `{И, ИЛИ, ИМПЛИКАЦИЯ}`. 3) `{И, ИЛИ}`. 4) `{И, ИЛИ, НЕ}`. 5) `{ИЛИ, НЕ}`. 6) `{НЕ-И}`. 7) `{НЕ-ИЛИ}`).
- Ненулевой элемент a_{ij} n-степени матрицы смежности $A(G)$ графа G информирует, что... (1) Есть путь длины n между i и j вершиной графа G. 2) Нужно удалить не менее n вершин из графа G, чтобы вершину i и вершину j перестал связывать какой-нибудь путь в графе. 3) Вершина i и вершина j имеют n общих соседей. 4) В графе G существует цикл длины n, проходящий через вершину i и вершину j. 5) Есть простой (т.е. не содержащий повторяющихся вершин) путь длины n между i и j вершиной графа G).
- Вычислить арифметическое выражение, заданное в обратной польской записи.

В каждом тесте можно набрать 100 баллов. Эта часть зачитывается студенту, если в не менее ⅔ тестов (9 тестов) было набрано не менее ⅔ баллов (67 баллов).

6.3. Вопросы на экзамен.

1. Комбинаторика. Отображения конечных множеств. Урновая схема. Некоторые биномиальные тождества.
2. Разбиение множества на подмножества, числа Стирлинга первого и второго рода, числа Белла.
3. Разбиения натуральных чисел на слагаемые. Доски Ферре.
4. Комбинаторный принцип Дирихле. Формула включения-исключения. Функция и обращение Мебиуса.
5. Напоминание о Машине Тьюринга. Машина с произвольным доступом к памяти.
6. Равномерный и логарифмический весовой критерий.
7. Понятие сложности алгоритма. Сложность в худшем. Сложность в среднем.
8. Понятия машинно-независимой теории сложности; сигнализирующие функции, диагональный метод, теоремы Рабина и Блюма (без доказ.).
9. Некоторые алгоритмы генерации комбинаторных объектов (генерация перестановок, перечисление множеств в порядке минимального изменения,

генерация разбиений). Анализ сложности.

10. Графы, орграфы, подграфы, частичные графы, суграфы. Матрицы, ассоциированные с графом. Изоморфизм графов.
11. Двудольные графы. Критерий двудольности графа.
12. Деревья, свойства деревьев. Изоморфизм деревьев, код Эдмондса.
13. Цикломатическое число, каркасы. Алгоритм Краскала.
14. Маршруты, пути и цепи, контуры и циклы.
15. Дерево поиска. Связь поиска в ширину с нахождением кратчайших цепей. Связь методов «поиск в ширину» и «поиск в глубину» со структурами данных «очередь» и «стек».
16. Кратчайшие пути во взвешенных орграфах. Алгоритмы Дейкстры и Флойда-Уоршелла.
17. Ациклические графы. Топологическая сортировка.
18. Связность. Достижимость, транзитивное замыкание, алгоритм Уоршалла.
19. Паросочетания, совершенное паросочетание. Паросочетания в двудольных графах, теорема Кенига-Холла. Алгоритм поиска наибольшего паросочетания и наименьшего вершинного покрытия в двудольном графе. Задача о назначениях.
20. Паросочетания. Системы различных представителей и перманенты булевых матриц. Критерий Татта существования 1-фактора в произвольном графе (без доказательства).
21. Эйлеровы обходы графов. Теорема Эйлера и алгоритм Флери.
22. Гамильтоновы обходы графов. Теоремы Дирака, Оре и Хватала. Задача коммивояжера. Алгоритм ближайшего соседа. Понятие приближенного решения.
23. Вершинные раскраски графов, хроматическое число, теорема Брукса. Связь с задачами распределения ресурсов.
24. Раскраски планарных графов и карт. Гипотеза о четырех красках, теорема Хивуда о 5-раскраске плоского графа.
25. Жадный алгоритм раскраски. «Плохой» пример раскраски жадным алгоритмом. Сравнение с алгоритмом ближайшего соседа.
26. Задача поиска в информационном массиве. Бинарный поиск в упорядоченном массиве. Анализ сложности.
27. Задача сортировки. Быстрая сортировка; анализ сложности в худшем и среднем.
28. Таблицы расстановки. Оценка сложности в среднем для поиска в таблицах с оглавлением.
29. Бинарные деревья поиска. Сбалансированные по высоте (АВЛ-) и весу (В-) деревья. Добавление и удаление элементов. Оценки сложности алгоритмов построения и поиска элементов.
30. Идеально сбалансированные деревья. Оценки сложности алгоритмов построения и поиска элементов.
31. Задача «объединить-найти». Оценка сложности. Приложения.
32. Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы. Проблема минимизации ДНФ.
33. Минимальные, кратчайшие, тупиковые ДНФ. Геометрическое представление. Алгоритм Квайна и Маклasски.
34. Схемы из функциональных элементов. Синтез полусумматора и полный сумматор. Сумматор Уолша.
35. Оценка размера и глубины сумматоров. Функции Шеннона. Нижняя оценка ФШ. Оптимальные методы синтеза.
36. Труднорешаемые задачи. Недетерминированная РАМ-машина. Полиномиальные вычисления на нд-РАМ-машине. SAT-проблема.
37. Классы P и NP, полиномиальная сводимость, NP-полные и NP-трудные языки и задачи, Теорема Кука.

38. Классы P и NP, полиномиальная сводимость, NP-полные. Примеры сводимости.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

а) основная литература:

1. Гимади Э.Х., Глебов. Н.И. *Математические модели и методы принятия решений. Учебное пособие, НГУ*. – Новосибирск: Изд-во НГУ, 2008.

б) дополнительная литература:

1. Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж. *Структуры данных и алгоритмы*. — М.: Вильямс, 2000.
2. Виленкин Н.А., Виленкин А.Н., Виленкин П.А. *Комбинаторика*. – М.: МЦНМО, 2006.
3. Гаврилов Г.П. Сапоженко А.А. *Сборник задач по дискретной математике*. 3-е изд. – М.: Наука, 2004.
4. Карпов Ю. *Теория автоматов. Учебник для вузов*. – СПб.: Издательский дом Питер, 2002.
5. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. *Алгоритмы: построение и анализ*. – М.: МЦНМО, 2002.
6. Мотвани Р., Хопкрофт Дж. Э., Ульман Дж. Д. *Введение в теорию автоматов, языков и вычислений, 2-е изд*. – М.: Вильямс, 2002.
7. Яблонский С.В. *Введение в дискретную математику*. – М.: Высшая школа, 2008.
8. *Handbook of Combinatorics*. Volumes I–II. Edited by R.L. Graham, M. Grötschel and L. Lovász. – Cambridge, MA: The MIT Press, 1996.
9. *Handbook of Discrete and Combinatorial Mathematics* / Edited by K.H. Rosen et al. – Boca Raton, FL: CRC Press, 2000.
10. *Handbook of Theoretical Computer Science*. Volume A: Algorithms and Complexity. Edited by J. van Leeuwen, A. Meyer, M. Nivat, M. Paterson and D. Perrin. – Cambridge, MA: The MIT Press, 1996.
11. Айгнер М. *Комбинаторная теория*. – М.: Мир, 1989.
12. Грин Д., Кнут Д. *Математические методы анализа алгоритмов*. – М.: Мир, 1987.
13. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. – М.: Мир, 1982.
14. Део Н., Нивергельт Ю., Рейнгольд Э. *Комбинаторные алгоритмы: теория и практика*. – М.: Мир, 1980.
15. Евстигнеев В.А., Касьянов В.Н. *Введение в дискретную математику. Методические рекомендации.* Ч. 1, 2, 3. – Новосибирск: Изд-во НГУ, 1994.
16. Евстигнеев В.А., Мельников Л.С. *Задачи и упражнения по теории графов и комбинаторике*. – Новосибирск: Изд-во НГУ, 1981.
17. Емеличев В.А., Мельников О.И., Сарванов В.И., Тышкевич Р.И. *Лекции по теории графов* – М.: Наука, 1990.
18. Касьянов В.Н. *Лекции по теории формальных языков, автоматов и сложности вычислений. Учебное пособие, НГУ*. – Новосибирск: Изд-во НГУ, 1995.
19. Касьянов В.Н., Евстигнеев В.А. *Графы в программировании: обработка, визуализация и применение*. – СПб.: БХВ-Петербург, 2003.
20. Кнут Д. *Искусство программирования*. – М., СПб, Киев: Вильямс, 2000. – Т. 1-3.

21. Косточка А. В. *Дискретная математика. Часть II. Учебное пособие, НГУ*. Новосибирск: Изд-во НГУ, 2001.
22. Косточка А.В., Соловьева Ф.И. *Дискретная математика. Часть I. Учебное пособие, НГУ*. Новосибирск: Изд-во НГУ, 2001.
23. Кук Д., Бейз Г. *Компьютерная математика*. – М.: Наука, 1990.
24. Ландо С.К. *Лекции о производящих функциях*. – М.: МЦНМО, 2007.
25. Риордан Дж. *Комбинаторные тождества*. – М.: Наука, 1982.
26. Рыбников К.А. *Введение в комбинаторный анализ*. – М.: Изд-во МГУ, 1985.
27. Сачков В.Н. *Введение в комбинаторные методы дискретной математики*. – М.: Наука, 1982.
28. Свами М., Тхуласираман К. *Графы, сети и алгоритмы*. – М.: Мир, 1984.
29. Стенли Р. *Перечислительная комбинаторика*. – М.: Мир, 1990.
30. Харари Ф. *Теория графов*. – М.: Мир, 1973.
31. Холл М. *Комбинаторика*. – М.: Мир, 1970.
32. Шоломов Л.А. *Основы теории дискретных логических и вычислительных устройств*. – СПб.: Изд-во Лань, 2010.

10. Методические указания для обучающихся по дисциплине.

Курс строится на основе лекционных и семинарских занятий, проходящих в интерактивном режиме. Лекционные занятия освещают концептуальные и теоретические вопросы. На них обучаемым предлагается базовый материал курса. Семинарские занятия проводятся с целью закрепления лекционного материала с помощью разбора и обсуждения задач и совместного доказательства теорем. Кроме того, на семинарах студенты имеют возможность выразить свое отношение по поводу полученной информации. Важной составляющей является самостоятельная работа студентов. В нее включается:

- опережающее изучение отдельных тем;
- самостоятельное изучение отдельных тем, не рассматриваемых в основной части курса, но тесно с ней связанных;
- решение задач.

Экзаменационная оценка за семестр складывается из оценки на экзамене (две части: один теоретический вопрос и задача; каждая часть оценивается в диапазоне от 0 до 20 баллов) и оценок за 2 семестровых коллоквиума и 2 семестровых контрольных работы (все оценивается в диапазоне от 0 до 10 баллов). Кроме того, в течение семестра, один раз в две недели, в течение первых 10-15 минут семинарского занятия проводится текущее тестирование знаний студентов по пройденному материалу посредством автоматизированной системы тестирования. Баллы по этой части оценивания (из общего количества в 20 баллов) соответствует доле зачтенных тестов из всего количества тестов (детали оценивания приведены в конце описания тестов, Раздел 6). Оценки суммируются и приводятся к пятибалльной шкале: 0-40 → 1/2, 41-60 → 3, 61-80 → 4, 81-100 → 5.

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

- Доска, мел.
- Ноутбук, медиа-проектор, экран.
- Программное обеспечение для демонстрации слайд-презентаций.